



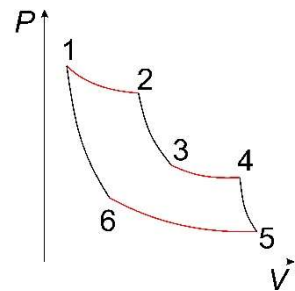
CONCURSUL DRAGOMIR HURMUZESCU, ETAPA LOCALĂ 2024, ANUL II

Subiectul 1.

Un mol de gaz ideal străbate un ciclu format, alternativ, din izoterme și adiabate, ca în figură. În transformările izoterme temperaturile sunt $T_1 = 600$ K, $T_2 = 400$ K respectiv $T_3 = 300$ K. Volumele se modifică de n ori pe fiecare dilatare izotermică (graficul nu e la scară).

Determinați:

- Randamentul ciclului. **(5p)**
- Variația entropiei pe fiecare transformare. **(1p)**
- Variația entropiei pentru întreg ciclul. Justificați răspunsul. Refaceți graficul ciclului în coordonate (T, S) . **(2p)**
- Care este randamentul ciclului Carnot ce ar funcționa între temperaturile extreme ale ciclului. **(1p)**



Propunător: Lect. dr. Claudiu LUNG

Rezolvare Subiect 1:

$$1) V_2 = nV_1; V_4 = nV_3$$

$$\delta Q = dU + pdV$$

$$Q_p = Q_{12} + Q_{34}, Q_{12} = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = RT_1 \ln \frac{nV_1}{V_1} = RT_1 \ln(n), Q_{34} = RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = RT_2 \ln \frac{nV_3}{V_3} = RT_2 \ln(n)$$

$$Q_p = RT_1 \ln(n) + RT_2 \ln(n),$$

$$Q_c = Q_{56} = RT_3 \ln \frac{V_6}{V_5}$$

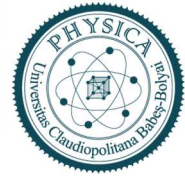
Transformarea 6-1 adiabata avem

$$T_3 V_6^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \Rightarrow V_6^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_3}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_1$$

$$T_2 V_4^{\gamma-1} = T_3 V_5^{\gamma-1} \Rightarrow V_5^{\gamma-1} = \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_4$$

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} \Rightarrow V_3^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_2$$

$$Q_{56} = RT_3 \ln \frac{V_6}{V_5} = RT_3 \ln \left(\frac{T_1}{T_3}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{V_1}{V_4} = RT_3 \ln \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{V_2}{n^2 V_3} = -2RT_3 \ln n$$



$$\eta = 1 - \frac{2T_3}{T_1 + T_2}$$

2) $\Delta S = \frac{Q}{T}$, $\Delta S_{23} = \Delta S_{45} = \Delta S_{61} = 0$, $\Delta S_{12} = \Delta S_{34} = R \ln(n)$, $\Delta S_{56} = -2R \ln(n)$

3) $\Delta S = 0$ transformarea este ciclică

4) $\eta = 1 - \frac{T_3}{T_1} = 1/2$

Subiectul 2.

Se consideră doi conductori plan paraleli, de arie S fiecare, aflați în aer la distanța d unul de celălalt (grosimea lor este neglijabilă, iar dimensiunile lor sunt mult mai mari decât distanța dintre ele). Pe unul dintre conductori se depozitează o sarcină electrică $+Q$, iar pe celălalt $-Q$.

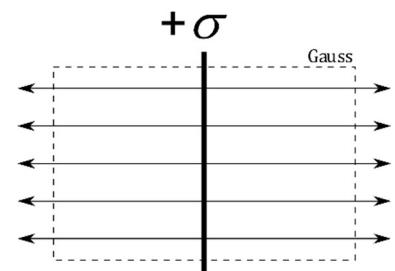
- Calculați intensitatea câmpului electrostatic atât în zona cuprinsă între cei doi conductori, cât și în afara lor. Cum depinde intensitatea câmpului electrostatic de distanța față de conductorii plani. Justificați pe scurt răspunsul. **(4p)**
- Deduceți capacitatea sistemului format din cei doi conductori plan paraleli. **(3p)**
- Fie C_0 capacitatea acestui sistem. Se consideră patru condensatori având capacitatea egală cu C_0 fiecare. Cum trebuie conectați condensatorii între ei, astfel încât capacitatea rezultantă să rămână tot C_0 ? **(3p)**

Rezolvare Subiect 2:

- a) Fie un singur conductor încărcat cu densitate de sarcină uniformă $+s = Q/S$.

Vectorul intensitate câmp electrostatic va fi perpendicular pe planul conductor. Pentru a afla valoarea ei în funcție de distanța de plan se aplică teorema lui Gauss.

Suprafața Gauss va fi un cilindru cu baze de arie A și de înălțime $2x$, așezată simetric față de planul conductor.



$$\oint_{Gauss} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{interior}}{\epsilon_0},$$

$$\oint_{Gauss} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{lateral} \vec{E} \cdot d\vec{S} + 2 \cdot \int_{baze} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot \cos 90^\circ \cdot \int_{lateral} dS + 2 \cdot E \cdot \cos 0^\circ \cdot \int_{baze} dS$$

Astfel:



$$\oint_{\text{Gauss}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot 0 \cdot A \cdot 2x + 2 \cdot E \cdot 1 \cdot A = 2 \cdot E \cdot A = \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot A}{\epsilon_0}$$

$$\text{și } E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{ (1.5p)}$$

Urmând același raționament, se obține aceeași expresie și în cazul planului încărcat cu sarcină negativă, liniile de câmp vor arăta spre plan! (0.5p)

Se observă că în expresia intensității câmpului electrostatic nu apare x, valoarea sa nu depinde de distanța până la plan! (1p)

Ținând cont de orientarea liniilor de câmp al celor două distribuții, se poate observa că valoarea câmpului electrostatic rezultat va fi:

$$E_{\text{interior}} = E(+\sigma) + E(-\sigma) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{ (0.5p)}$$

$$E_{\text{exterior}} = E(+\sigma) - E(-\sigma) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0 \text{ (0.5p)}$$

b) Capacitatea sistemului se calculează pornind de la relațiile dintre intensitatea câmpului și potențial:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi$$

$$\Delta\varphi = -\int \vec{E} d\vec{r}$$

considerând un caz unidimensional. Astfel:

$$\vec{E} = E \cdot \vec{i}$$

$$\text{grad}\varphi = \frac{d\varphi}{dx} \cdot \vec{i}$$

$$\Delta\varphi = -\int \vec{E} d\vec{r} = \int_0^d E dx = E \cdot d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d \text{ (1p)}$$

Capacitatea sistemului va fi:

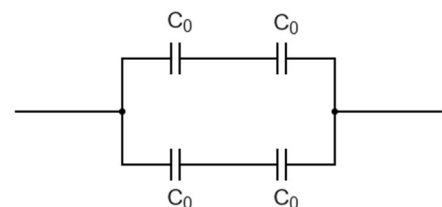
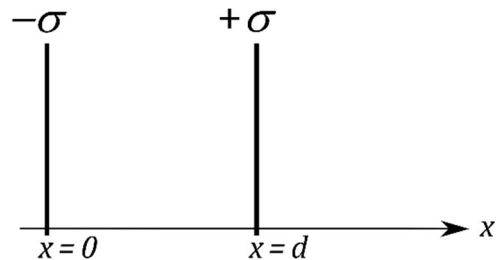
$$C = \frac{Q}{\Delta\varphi} \text{ (1p)}$$

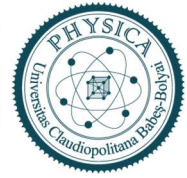
$$C = \frac{Q}{\frac{Q}{\epsilon_0} \cdot d} = \frac{Q}{\frac{Q}{S \cdot \epsilon_0} \cdot d} = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d} \text{ (1p)}$$

$$\text{c) } C = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d} = C_0$$

Dacă vom considera 4 condensatori identici, cu capacitatea C_0 , conexiunea pentru care capacitatea rezultantă va rămâne tot C_0 este: (2p)





Subiectul 3.

Fie un sistem optic centrat format din două lentile lipite: una biconvexă cu distanța focală de 1 m și una plan convexă, confecționate din material cu $n = 1,6$. La 1,5 m în fața sistemului de lentile se află un obiect luminos, așezat perpendicular pe axa optică a celor două lentile. Calculați:

- Razele de curbură ale primei lentile știind că raportul mărimii lor (absolute) este $3/2$. **(1.5p)**
- Distanța focală a celei de-a doua lentile, dacă imaginea formată este reală și egală cu obiectul. **(2p)**
- La ce distanță de prima lentilă trebuie să așezăm cea de-a doua lentilă pentru ca noua imagine formată să fie răsturnată și de 3 ori mai mare decât obiectul? **(4p)**
- Distanța dintre obiect și imaginea formată de sistemul de lentile pentru cazul c. **(1.5p)**

$$\text{a) } \frac{R'_{11}}{R'_{12}} = -\frac{3}{2}; \quad \frac{1}{f'} = (n-1) \left[\frac{1}{R'_{11}} - \frac{1}{R'_{12}} \right] \quad \mathbf{R'_{11} = -1 \text{ m} \quad R'_{12} = 1.5 \text{ m}}$$

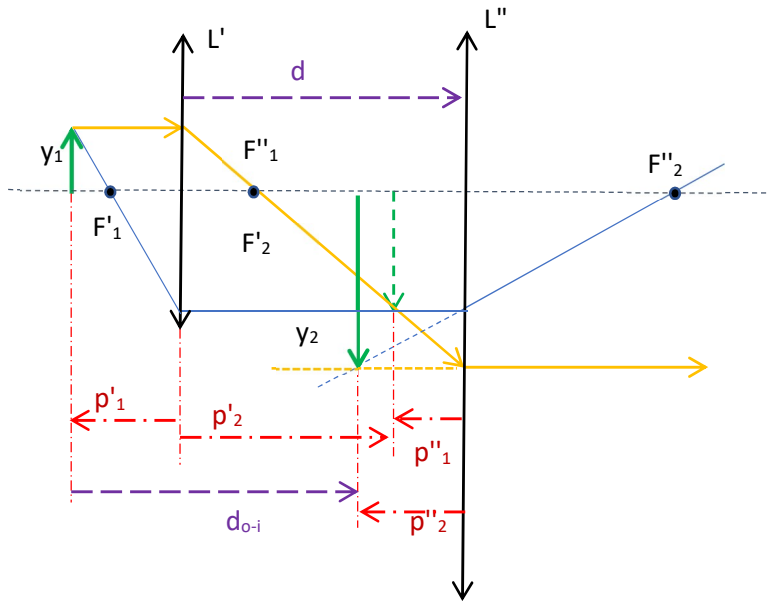
$$\text{b) } \beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{p_2}{p_1} = -1 \quad p_1 = -1,5 \text{ m}; \quad \frac{1}{f_{\text{ans}}} = -\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = \frac{1-\beta}{p_1\beta} \quad f_{\text{ans}} = 0,75 \text{ m}$$

$$\frac{1}{f_{\text{ans}}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f''} \quad \mathbf{f'' = 3 \text{ m}}$$

$$\text{c) } \beta' = \frac{f'}{f' + p'_{11}} = -2 \quad \beta = -3 = \beta' \cdot \beta'' \quad \beta'' = \frac{3}{2}$$

$$p''_{22} = f''(1 - \beta'') = -1,5 \text{ m} \quad p''_{11} = \frac{f'' \cdot p''_{22}}{f'' - p''_{22}} = -1 \text{ m}$$

$$p'_{22} = \frac{f' \cdot p'_{11}}{f' + p'_{11}} = 3 \text{ m} \quad \mathbf{d = p'_{22} - p''_{11} = 4 \text{ m}}$$



d) $d_{o-i} = -p'_1 + d + p''_2 = 4 \text{ m}$